Euclides

Vakblad voor de wiskundeleraar

Orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

Wolters-Noordhoff

816
357
492

jaargang 65 1989 | 1990 februari/maart

● Euclides ● ● ● ●

Redactie

Euclides is het orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren. Het blad verschijnt 9 maal per cursusjaar.

Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

Voorzitter Dr. J. van Lint, Spiekerbrink 25, 8034 RA Zwolle, tel. 038-53 99 85.
Secretaris Drs J. W. Maassen, Traviatastraat 132, 2555 VJ Den Haag.
Penningmeester en ledenadministratie F. F. J. Gaillard, Jorisstraat 43, 4834 VC Breda, tel. 076-65 32 18. Giro: 143917 t.n.v. Ned. Ver. v. Wiskundeleraren te Amsterdam.

De contributie bedraagt ƒ55,– per verenigingsjaar; studentleden en Belgische leden die ook lid zijn van de V.V.W.L. ƒ37,50; contributie zonder Euclides ƒ30,–.
Adreswijziging en opgave van nieuwe leden (met vermelding van evt. gironummer) aan de penningmeester.
Opzeggingen vóór 1 juli.

Inlichtingen over en opgave voor deelname aan de leesportefeuille (buitenlandse tijdschriften) aan F. M. W. Doove, Severij 5, 3155 BR Maasland.
Giro: 1609994 t.n.v. NVvW leesportefeuille te Maasland.

Artikelen/mededelingen

Artikelen en mededelingen worden in drievoud ingewacht bij drs M. C. van Hoorn, Noordersingel 12, 9901 BP Appingedam. Zij dienen machinaal geschreven te zijn en bij voorkeur te voldoen aan:

- ruime marge
- regelafstand van 2
- 48 regels per kolom
- maximaal 47 aanslagen per regel
- liefst voorzien van (genummerde) illustraties
- die gescheiden zijn van de tekst
- aangeleverd in zo origineel mogelijke vorm
- waar nodig voorzien van bijschriften

De auteur van een geplaatst artikel ontvangt kosteloos 5 exemplaren van het nummer waarin het artikel is opgenomen.

Abonnementen niet-leden

Abonnementsprijs voor niet-leden ƒ55,00. Een collectief abonnement (6 ex. of meer) kost per abonnement ƒ35,00.
Niet-leden kunnen zich abonneren bij:
Wolters-Noordhoff bv, afd. Verkoopadministratie, Postbus 567, 9700 AN Groningen, tel. 050-22 68 86.
Giro: 1308949.
Abonnees wordt dringend verzocht te wachten met betalen tot zij een acceptgirokaart hebben ontvangen.
Abonnementen gelden telkens vanaf het eerstvolgend nummer. Reeds verschenen nummers zijn op aanvraag leverbaar na vooruitbetaling van het verschuldigde bedrag.
Annuleringen dienen minstens één maand voor het einde van de jaargang te worden doorgegeven.
Losse nummers ƒ9,– (alleen verkrijgbaar na vooruitbetaling).

Advertenties

Advertenties zenden aan:
Intermedia bv, Postbus 371, 2400 AJ Alphen a/d Rijn.
Tel. 01720-6 63 79. Telefaxnr. 01720-9 32 70.

ISSN 01.65-0394

Inhoud

Actualiteit 162
George Schoemaker *Kolom 15 W12/16*

Postzegels 162
De nieuwe tijd

Actualiteit 163
Drs. G. Bakker, Dr. J. G. Nijenhuis *De wiskunde-examens lbo/mavo in 1990*

Bijdrage 164
H. N. Schuring *De 28e Nederlandse Wiskunde Olympiade 1989*
Een overzicht van de resultaten van deze jaarlijkse wiskunde-wedstrijd voor scholieren. Met opgaven en oplossingen.

Boekbespreking 167

Bijdrage 168
C. de Wolff *Klok*
Hoe een shortliner maakt dat het verspringen van de wijzers van een goed lopende klok op het computerscherm in beeld wordt gebracht.

Serie 'De zakrekenmachine' 170
Frans Bouman *Zakrekenmachine: wiskunde anders? (2)*
Over het onderscheid tussen 'exacte' en 'niet-exacte' antwoorden als sta-in-de-weg voor een beter ZRM-gebruik.

Werkbladen 172
Statistiek en *Grafieken en functies*

Bijdrage 174
Jacob Perrenet, Wim Groen *Transfertest afgerond*
Een afsluitend artikel over een onderzoeksproject waarover tweemaal eerder in Euclides is geschreven. De resultaten blijken niet spectaculair, maar wel interessant.

Verschenen 180

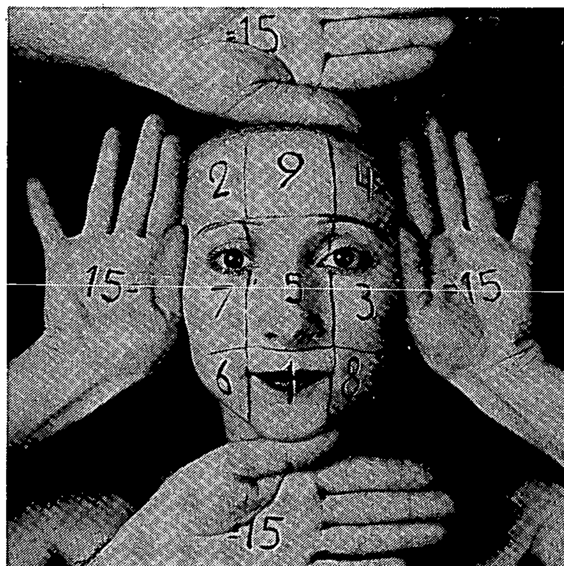
Boekbespreking 180
Agneta Aukema-Schepel *Nanda, lerares wiskunde*

Recreatie 182

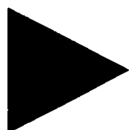
Verenigingsnieuws 183
Wiskunde A (vwo) 183
Prijsvraag 183
Hawexbijeenkomsten 183

Mededelingen 184

Kalender 184



Rimma Gerlovina, Mark Berghash, Valeriy Gerlovin
Magic Square 1987
Marcuse Pfeifer Gallery, New York



Postzegels

▶ Kolom 15



George Schoemaker

De eerste week van 1990. We wisselen nog wensen uit. Er zijn nog bijna geen files. Dat verandert zodra de scholen weer beginnen.
Het vorige zinnetje suggereert dat docenten en leerlingen met hun middelen van vervoer de wegen blokkeren. Een betere verklaring is dat de kerstvakantie samenvalt met tijdelijke onderbezetting op bedrijven en kantoren. Zodoende is er minder woon-werkverkeer in de eerste week van januari.
In een 3 mavo-klas ben ik bezig met een viertal wiskundelessen rondom het thema waterverbruik. Het provinciaal waterleidingbedrijf Noord-Holland geeft een lijstje uit met cijfers van gemiddeld etmaalverbruik per persoon. In Nederland is dat 148 liter, in Zweden 200 liter.
Ik vroeg de leerlingen een redenering te geven waarbij je kon zeggen dat de Zweden voor liggen op de Nederlanders en ook een redenering waarbij de Nederlanders voor liggen. Ze reageerden zeer intelligent: de Zweden liggen met luxe voor, de Nederlanders liggen voor met waterbesparing. Er kwamen meer redeneringen aan de orde.
Ik kon kwijt: dat 'voor liggen' op meer manieren uit te leggen is, dat je bij wiskunde probeert begrippen zo duidelijk mogelijk vast te leggen, dat redeneren in het dagelijks leven vaak resultaten oplevert waarvan je zegt: 'Dat is aannemelijk'.
'Wat is wiskunde' en 'kenmerken van wiskunde' horen bij wiskundeonderwijs. Bij W 12-16 ligt de vraag hoe je dat vorm geeft in een programma.

De nieuwe tijd



Carl Friedrich Gauss (1777-1855), ook weer zo'n alleskunner, vond de kwadratische reciprociteit in de getallenleer, definieerde de kromming van ruimtelijke oppervlakken, ontwikkelde een niet-euclidische meetkunde, en zo meer.



Niels Henrik Abel (1802-1829), een Noor, was grondlegger van de groepentheorie, niet minder een pionier dan Gauss. Van Abel is ook een stelling in de integraalrekening bekend. Zijn korte leven verhinderde een grotere produktie.

● Actualiteit ● ● ● ●

▶ De wiskunde-examens lbo/mavo in 1990

Drs. G. Bakker (Cito),
Dr. J. G. Nijenhuis (Cevo)

De vaksectie wiskunde van de CEVO heeft na gedaan verzoek aan het algemeen bestuur van de CEVO toestemming gekregen de verhouding gesloten/open vragen te brengen van 70/30 op 50/50. Met deze wijziging krijgen doelstellingen die alleen goed met open vragen getoetst kunnen worden meer aandacht. Tevens worden problemen voorkomen bij het adequaat formuleren van alternatieven bij een aantal meerkeuzevragen. Ook kan het aantal meerkeuzevragen waar dichotome scoring (óf 0 óf 2 punten) wel eens als probleem ervaren wordt, beperkt worden.

De adviescommissies hebben richtlijnen van de vaksectie gekregen volgens welke de examens van 1990 geconstrueerd worden. Concreet komt dit op het volgende neer.
Bij de examens wiskunde-C en -D in 1990 kan ± 50% van de punten behaald worden met gesloten vragen en ± 50% met open vragen.
In vergelijking met het examen van 1989 zullen er in 1990 ± 8 meerkeuzevragen minder gesteld worden. Daarvoor in de plaats komen er ± 7 kortere open vragen; gedeeltelijk goede uitwerkingen kunnen daarbij ook punten opleveren. De puntentoekenning wordt uiteraard vermeld in het correctievoorschrift.

Net als nu zullen in 1990 eerst alle meerkeuzevragen en daarna alle open vragen in de examenboekjes worden afgedrukt.
In schema:

aantal vragen	1989	1990
meerkeuzevragen	30	circa 22
kortere open vragen	–	circa 7
lange open vragen	circa 3	circa 3

Wilt u uw leerlingen adviseren voor het beantwoorden van de meerkeuzevragen ongeveer één uur en voor het uitwerken van de open vragen eveneens ongeveer één uur te reserveren? De kandidaat kan uiteraard kiezen voor een andere tijdsindeling of een andere volgorde, afhankelijk van zijn wensen en capaciteiten.
Wilt u hen er ook op wijzen dat bij de open vragen uitleg van belang is om verlies van punten te voorkomen? Bij open vragen, zoals 'Los op...'', 'Stel op...', 'Druk uit...', 'Bereken...', 'Toon aan...' kunnen de leerlingen dus zeker niet met slechts het (eind)antwoord volstaan.

Met de genoemde verandering wil de vaksectie, en met haar de adviescommissies, bereiken dat procesmatige activiteiten in de wiskunde-examens de plaats krijgen die ze verdienen.
Hierbij is het zelfstandig weergeven van de eigen gedachtengang van groot belang. Ook aan het uitvoeren van tekenopdrachten kan ruimer aandacht besteed worden. Mede door het aanbieden van enkele kortere open vragen is de verwachting dat er op het open gedeelte beter gescoord zal worden.

Los van deze verandering kunnen in het C- en D-examen wiskunde enkele identieke vragen voorkomen over het gemeenschappelijk deel van de examenprogramma's.
De cursieve tekst die in 1989 nog vlak boven vraag 1 in de examenboekjes staat '*Het gebruik van ... waarvoor f(x) betekenis heeft.*' wordt op het examen nogal eens als 'overbodig' of als 'vanzelfsprekend' ervaren. Daarom zal deze informatie niet meer in de examenboekjes worden afgedrukt en bekend worden verondersteld bij de docenten en kandidaten.

▶ De 28e Nederlandse Wiskunde Olympiade 1989

H. N. Schuring



De eerste ronde

Op vrijdag 3 maart 1989 is de eerste ronde gespeeld. Alle scholen voor havo en vwo zijn uitgenodigd om leerlingen van niet-eindexamenklassen hieraan mee te laten doen. Gedurende drie uur konden de deelnemers proberen 13 opgaven op te lossen. Alleen goede antwoorden telden mee. Het maximaal te behalen puntentotaal was 36.

De wedstrijdleiders van 244 scholen hebben het resultatenformulier tijdig opgestuurd, zodat het resultaat van 2471 deelnemers in onderstaand overzicht verwerkt kon worden.
De cesuur is gelegd bij score 19, wat zeggen wil dat deelnemers die 19 of meer punten behaalden, werden uitgenodigd voor de tweede ronde.

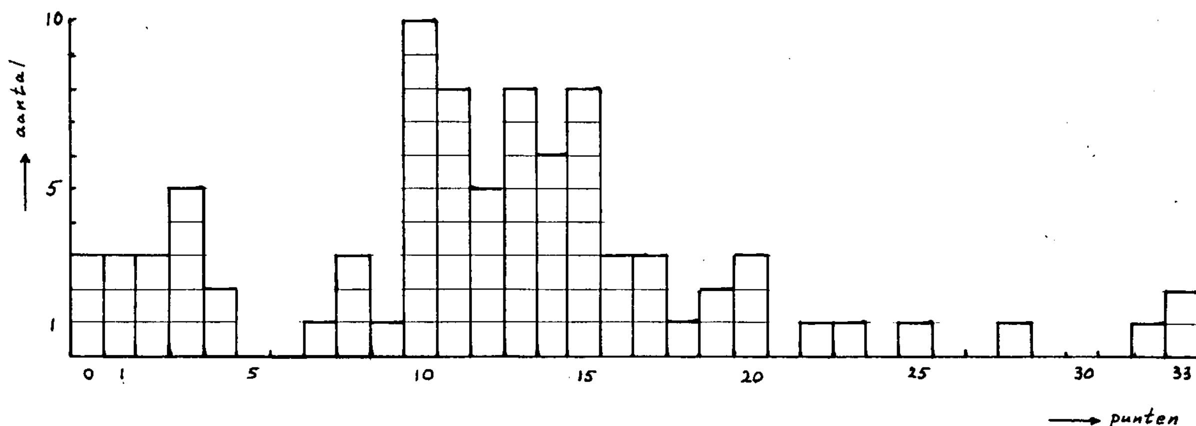
score	frequentie	cumulatieve frequentie	score	frequentie	cumulatieve frequentie
36	1	1	18	22	107
35	–	1	17	28	135
34	1	2	16	32	167
33	–	2	15	40	207
32	–	2	14	24	231
31	1	3	13	53	284
30	1	4	12	61	345
29	6	10	11	70	415
28	3	13	10	79	494
27	2	15	9	98	592
26	4	19	8	163	755
25	2	21	7	142	897
24	3	24	6	201	1098
23	5	29	5	161	1259
22	8	37	4	296	1555
21	11	48	3	113	1668
20	16	64	2	431	2099
19	21	85	1	46	2145
cesuur -------------------------			0	326	2471

Er zijn twee scholen die in aanmerking kwamen voor de meisjesprijs die de staatssecretaris ingesteld heeft: de Scholengemeenschappen Stella Maris te Meerssen en Philips van Horne te Weert, terwijl de laatste school tevens de Shell-wisselprijs behaald heeft. De somscore van de drie beste meisjes was 42, terwijl de somscore van de beste vijf deelnemers van Philips van Horne 100 was. Beide prijzen zijn op 15 juni 1989 te Weert uitgereikt.
Doordat twee deelnemers aan de Pythagoras Olympiade ook in aanmerking kwamen om aan de tweede ronde mee te doen, zijn 87 leerlingen hiervoor uitgenodigd.

De tweede ronde

Op 8 september 1989 is in Eindhoven de tweede ronde van de Nederlandse Wiskunde Olympiade gehouden. Van de 87 uitgenodigde leerlingen hebben er 85 deelgenomen. Ze hadden drie uur de tijd om vijf opgaven op te lossen. De maximale score per opgave was 10 punten.
Door bij gelijke eindscore rekening te houden met het behaalde puntentotaal in de eerste ronde, zijn de volgende tien deelnemers prijswinnaars van de Nederlandse Wiskunde Olympiade 1989:

		2° ronde	1° ronde
1.	Melvin Koppens, Helmond	33 punten	29 punten
2.	Giso van Loon, Dordrecht	33 punten	20 punten
3.	Raimondo Eggink, Wijchen	32 punten	31 punten
4.	Ronald de Man, Strijen	28 punten	30 punten
5.	René Sitters, Heerhugowaard	25 punten	20 punten
6.	Erjen Lefeber, Zoetermeer	23 punten	22 punten
7.	Remke Rutgers, Wijhe	22 punten	23 punten
8.	Quintijn Puite, Wageningen	20 punten	36 punten
9.	Erwin Streur, Papendrecht	20 punten	22 punten
10.	Jaco Baauw, Vlaardingen	20 punten	21 punten



Het bovenstaande staafdiagram geeft een overzicht van de scores van alle deelnemers aan de tweede ronde.

Opgaven tweede ronde

1 Voor een rij gehele getallen a_1, a_2, a_3, ... met $0 < a_1 < a_2 < a_3 < \ldots$ geldt:

$$a_n = 4a_{n-1} - a_{n-2} \qquad \text{voor } n > 2$$

Verder is gegeven dat $a_4 = 194$.
Bereken a_5.

2 E is een willekeurig punt op de zijde BC van een vierkant $ABCD$. Op de zijde CD ligt het punt F zo dat $\angle EAF = 45°$.
Bewijs dat het lijnstuk EF raakt aan de cirkel met middelpunt A en de lengte van het vierkant als straal.

3 Bereken

$$\sum_{n=1}^{1989} \frac{1}{\sqrt{n + \sqrt{n^2 - 1}}}$$

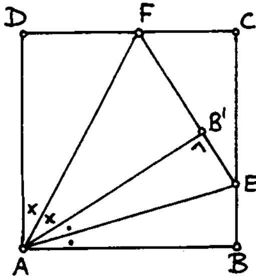
4 Gegeven is een regelmatige n-zijdige piramide met top T en grondvlak $A_1A_2A_3 \ldots A_n$. De lijn loodrecht op het grondvlak door een punt B van het grondvlak binnen $A_1A_2A_3 \ldots A_n$ snijdt het vlak TA_1A_2 in C_1, het vlak TA_2A_3 in C_2 enz. en tenslotte het vlak TA_nA_1 in C_n.
Bewijs dat $BC_1 + BC_2 + \ldots + BC_n$ onafhankelijk is van de keuze van B.

5 $(1 + \sqrt{2})^{2k+1} = n(k) + \alpha(k)$ met $k, n(k) \in \mathbb{N}$ en $0 < \alpha(k) < 1$.
Bewijs $(n(k) + \alpha(k)) \cdot \alpha(k) = 1$ voor alle k en bereken $\lim_{k \to \infty} \alpha(k)$.

Oplossingen tweede ronde

1 $a_4 = 194 = 4a_3 - a_2$ (i) $a_3 = 4a_2 - a_1$ (ii)
(ii) invullen in (i) levert
$194 = 15a_2 - 4a_1$ (iii)
Rekenen mod (3) levert: $a_1 = 1 \bmod (3)$
Rekenen mod (5) levert: $a_1 = -1 \bmod (5)$
Omdat moet gelden $a_1 > 0$ is 4 de kleinste oplossing. Verder $4 + 15$, $4 + 30$ etc. Als $a_1 = 4$ dan geldt $a_2 = 14$, als $a_1 = 19$ dan geldt $a_2 = 18$ wat in tegenspraak is met $a_1 < a_2$. Alle grotere waarden van a_1 leiden ook tot tegenspraak. Rekenen levert: $a_3 = 52$ en $a_5 = 724$.

2 Spiegel B in AE, beeld van B is B', $AB'E = 90°$. Trek de bissectrice van $\angle DAB'$.



Deze bissectrice snijdt CD in F, want
$\angle EAF = \frac{1}{2}(\angle B'AD + \angle B'AB) = 45°$.
Omdat geldt $AD = AB'$ ($AB' = AB = AD$) en AF bissectrice is, is B' het beeld van D bij spiegeling in AF. Dus $\angle FB'A = 90°$. $\angle EB'A = 90°$. F, B' en E liggen dus op één lijn. $EF \perp AB'$ en $AB' = AB$ dus EF is raaklijn aan de cirkel met A als middelpunt en AB als straal.

3 $$\frac{1}{\sqrt{n + \sqrt{n^2 - 1}}} \cdot \frac{\sqrt{n - \sqrt{n^2 - 1}}}{\sqrt{n - \sqrt{n^2 - 1}}} =$$

$$\sqrt{n - \sqrt{n^2 - 1}} = \sqrt{\frac{n+1}{2}} - \sqrt{\frac{n-1}{2}}$$

$$\sum_{n=1}^{1989} \left(\sqrt{(n+1)/2} - \sqrt{(n-1)/2}\right) =$$

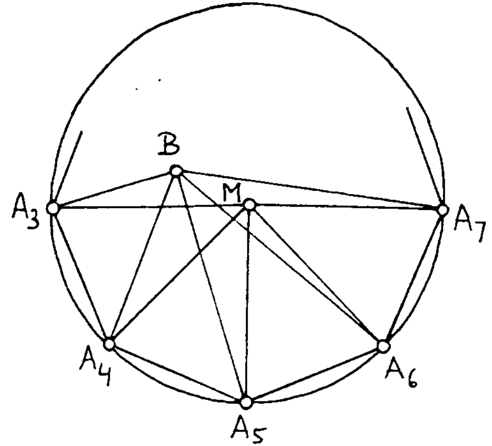
$$\sum_{n=1}^{1989} \sqrt{(n + 1/2} - \sum_{n=1}^{1989} \sqrt{(n-1)/2} =$$

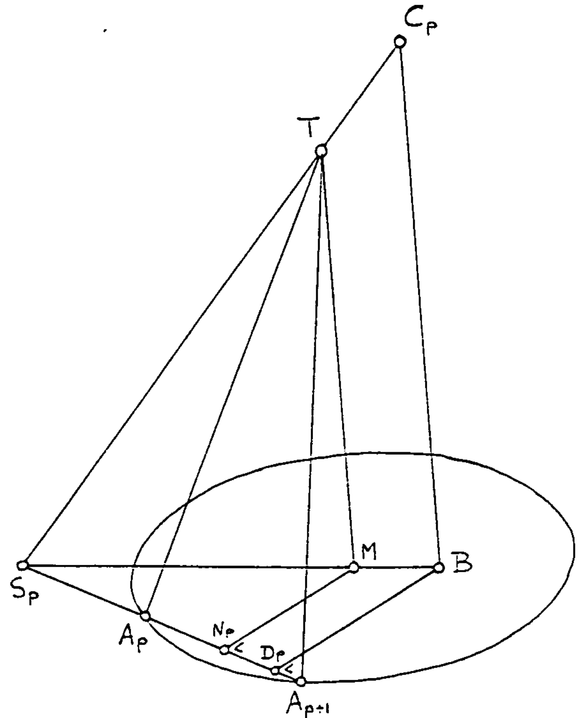
$$\sum_{n=1}^{1989} \sqrt{(n+1)/2} - \sum_{n=-1}^{1987} \sqrt{(n+1)/2} =$$

$$\sqrt{1990/2} + \sqrt{1989/2} - \sqrt{1/2} =$$

$$\sqrt{995} + 3/2\sqrt{442} - \tfrac{1}{2}\sqrt{2}$$

4





Noem het middelpunt van het grondvlak M. Noem de projecties van M en B op de ribbe A_pA_{p+1} (of op een verlengde van de ribbe) N_p, respectievelijk D_p.

Trek C_pT; deze lijn snijdt A_pA_{p+1} (of een verlengde van A_pA_{p+1}) in S_p. Er geldt:

$$\frac{C_pB}{TM} = \frac{BS_p}{MS_p} = \frac{BD_p}{MN_p} = \frac{\text{Opp. } A_pA_{p+1}B}{\text{Opp. } A_pA_{p+1}M} = \frac{\text{Opp. } A_pA_{p+1}B}{1/n \cdot \text{Opp. Grondvlak}}$$

Dus $C_pB = \text{Opp. } A_pA_{p+1}B \cdot TM \cdot n/\text{Opp. Grondvlak}$.
Omdat alle driehoeken $A_pA_{p+1}B$ (voor $p = 1, \ldots, n$ $(A_{n+1} = A_1)$) samen het grondvlak vormen geldt:

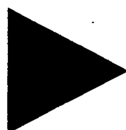
$BC_1 + BC_2 + \ldots + BC_n = n \cdot TM$, onafhankelijk van de keuze van B binnen het grondvlak.

5 Beschouw $(\sqrt{2}+1)^{2k+1} - (\sqrt{2}-1)^{2k+1}$
$(\sqrt{2}+1)^{2k+1} - (\sqrt{2}-1)^{2k+1} = M$ met M element van $\mathbb{N}$ immers:

$(\sqrt{2}+1)^{2k+1} = (\sqrt{2})^{2k+1} + ..(\sqrt{2})^{2k} + ..(\sqrt{2})^{2k-1} + \ldots + ..(\sqrt{2}) + 1$
$(\sqrt{2}-1)^{2k+1} = (\sqrt{2})^{2k+1} - ..(\sqrt{2})^{2k} + ..(\sqrt{2})^{2k-1} + \ldots + ..(\sqrt{2}) - 1$
$(\sqrt{2}+1)^{2k+1}$ en $(\sqrt{2}-1)^{2k+1}$ hebben bij uitwerken beide dezelfde factoren, alleen hebben bij de tweede vorm de factoren $\sqrt{2}$ met een even exponent een – teken. Bij het uitwerken van de vorm $(\sqrt{2}+1)^{2k+1} - (\sqrt{2}-1)^{2k+1}$ zullen alle termen met $\sqrt{2}$ wegvallen.

Omdat geldt $0 < \sqrt{2} - 1 < 1$ geldt ook
$0 < (\sqrt{2}-1)^{2k+1} < 1$ dus:
$n(k) = (\sqrt{2}+1)^{2k+1} - (\sqrt{2}-1)^{2k+1}$ en
$\alpha(k) = (\sqrt{2}-1)^{2k+1}$

$(n(k) + \alpha(k)) \cdot \alpha(k) = (\sqrt{2}+1)^{2k+1} \cdot (\sqrt{2}-1)^{2k+1} = 1^{2k+1} = 1$ en
$\lim \alpha(k) = 0$ voor $k \to \infty$.



Boekbespreking

Peter van Diepen en Jaap van den Herik: *Schaken voor computers*; Academic Service ISBN 90 6233 271 4, paperback, 277 pagina's.

Schaakprogramma's – en we spreken dan over de 'brute force' programma's – bevatten in feite slechts drie onderdelen: de zettengenerator, de evaluatiefunctie en de analysealgoritme. Alleen de eerste twee hebben in feite met schaakkennis van doen. De zoektechniek in het algoritme voornamelijk met efficiëntie en snelheid. Goede schaakprogramma's verslaan menselijke schakers niet zo zeer omdat ze veel van het schaakspel begrijpen maar omdat ze zo 'onmenselijk' veel en zo 'onmenselijk' snel varianten kunnen doorrekenen. Dat stellende is het toch nog verrassend te constateren dat de inbreng van schaakkennis in het programma zo'n relatief geringe rol speelt. Als je een programma dus beter wilt laten spelen moet je het dan ook nauwelijks zoeken in het uitbreiden van de daarin opgeborgen schaakkennis. Immers met een redelijk werkende zettengenerator en een zelfs grove evaluatiefunctie kom je al een heel eind – zoals de schrijvers met een instructief voorbeeld op pagina 147 op fraaie wijze aannemelijk maken. Een goed werkend schaakprogramma krijg je vervolgens als je er in slaagt de beperkingen in die zettengenerator en evaluatiefunctie te compenseren met het afzoeken van zeer veel stellingen. Vanuit die achtergrond stamt dan ook de veelzeggende aanduiding 'brute force'.

Dit alles en nog veel meer – waarover straks – geleerd en gelezen in 'Schaken voor computers'. Een boek dat mij inderdaad geschreven lijkt voor gevorderde schakers die bovendien ten minste geïnteresseerd zijn in de informatica, of voor – zoals de schrijvers zelf stellen – schakers die wel eens iets willen weten over het 'denken' van hun elektronische tegenstander of ook zelf wel eens een werkend schaakprogramma willen schrijven. Voor deze groep overigens zullen de namen van de schrijvers ook niet onbekend zijn. Als leidraad van hun boek nemen de schrijvers 'Hoe schaken computers?' en 'Hoe kunnen we computers laten schaken?' Iets te bondig en bescheiden, want ook de geschiedenis van het computerschaak – onderhoudend gebracht! – komt ruimschoots aan de orde.

Bij het lezen van hoofdstuk 5, waarin het fijne uit de doeken wordt gedaan over evaluatiefuncties en zoektechnieken, moet je af en toe behoorlijk op je tenen staan. Het laatste hoofdstuk over gebruik van Databases is natuurlijk eveneens pittig maar – en dat is echt niet overdreven – het heeft ook alle kenmerken van een thriller! De samenstellers zijn niet alleen experts op hun tweeledig vakgebied, schaken en informatica, maar ook hebben ze een fijne neus om een en ander te 'brengen'. Aanbevolen!

Jouwert H. Turkstra

▶ Klok

C. de Wolff

De volgende shortliner (zie blz. 169) wijkt af van de shortliners die ik tot nu toe in Euclides las. Het programma tekent namelijk een klok, die loopt. De secondewijzer verspringt elke seconde en de minuten- en uurwijzer verspringen elke minuut.

De regels 30 t/m 70 tekenen een wijzerplaat, de regels 90 t/m 120 verzorgen het 'uurwerk'. De DRAW-opdrachten voeren het tekenwerk uit. Regel 50 betekent: TA45: de volgende tekenopdrachten moeten over een hoek van 45 graden linksom worden gedraaid (Turn Angle). D21R50U21L50 betekent: teken een lijn van 21 beeldpunten naar beneden (Down), dan een lijn van 50 beeldpunten naar rechts (Right), vervolgens een lijn van 21 beeldpunten naar boven (Up) en tenslotte een lijn van 50 beeldpunten naar links (Left). Er ontstaat een vierkantje, dat op zijn punt staat (in screen 2 krijgen horizontale lijnen en verticale lijnen dezelfde lengte als de aantallen opgegeven beeldpunten zich verhouden als 12:5; in screen 1 is die verhouding 6:5).

In regel 90 wordt steeds afgelezen welke hoek de wijzers moeten maken met de lijn, die het middelpunt van de wijzerplaat verbindt met de 'twaalf'. Deze hoek is steeds negatief of 0 omdat de draairichting van de wijzers rechtsom is. De variabelen SS, MM en UU geven dus de grootte in graden aan van de hoeken, die de secondewijzer, resp. de minutenwijzer, resp. de uurwijzer moeten maken met de verticaal. In de regels 100 en 110 worden de wijzers getekend. TA = S betekent: draaihoek is S graden. C0 betekent kleur nul, de wijzer wordt dus gewist (C1 betekent kleur 1, dan wordt de wijzer daadwerkelijk getekend). NU55 tekent een lijn naar boven (Up) en doet dat achterstevoren (N); hierdoor komt het laatst getekende punt weer in het middelpunt van de wijzerplaat.

Opgemerkt zij, dat het programma iets fraaier loopt als de computer op hoge snelheid is ingesteld. Nadat het programma is gestart blijft het doorlopen. Afbreken met Ctrl-Break. Eventueel voortzetten met CONT.

Opmerking 1: Als op de monitor een ellipsvormige wijzerplaats ontstaat, moeten de parameters -225 en 225 in het window-commando worden veranderd. Draai daartoe een 2-regelig programma:

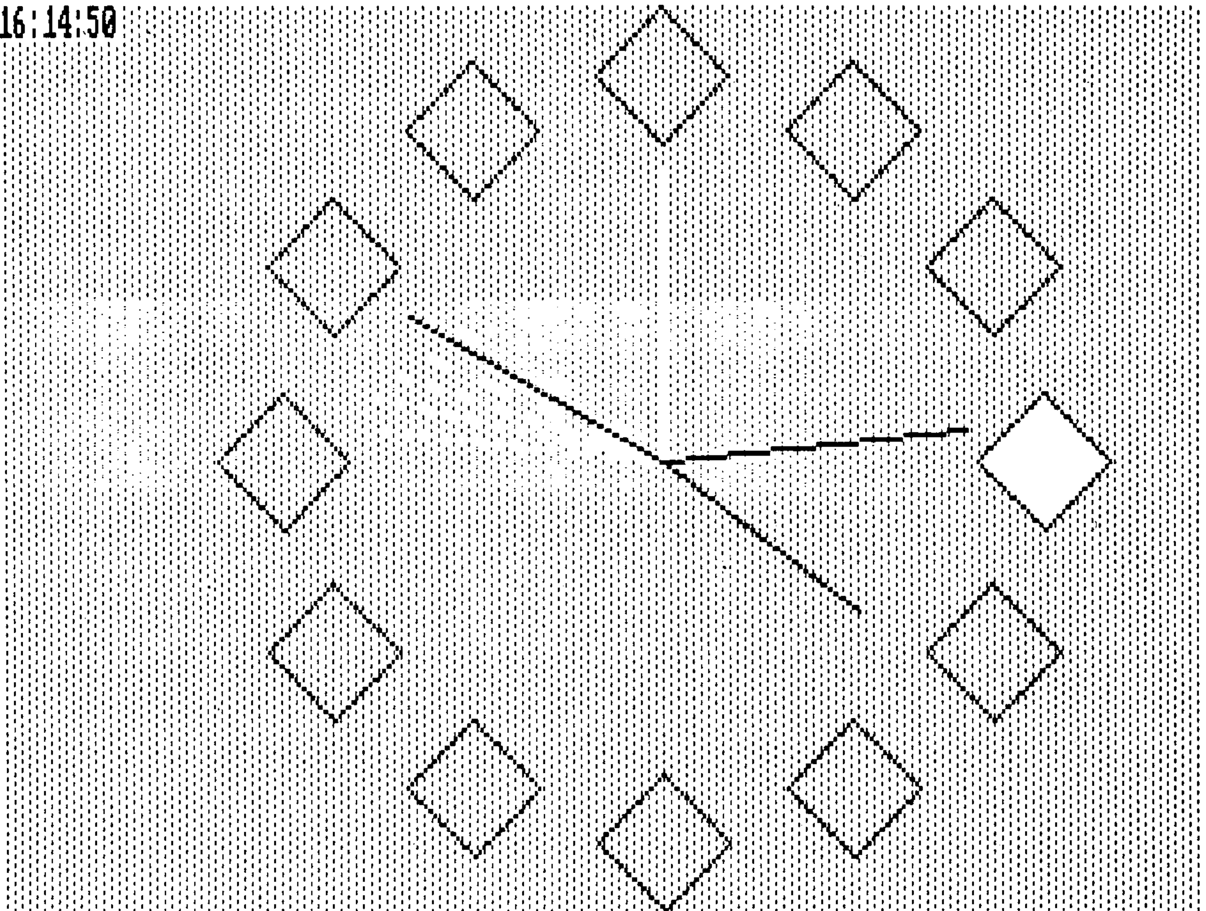
```
10 Cls:Screen 2:Window(-333,-225)-(267,225)
20 Line (-100,-100)-(100,100),1,B
```

Er komt een rechthoek op het scherm met hoogte h en breedte b; vermenigvuldig de parameters -225 en 225 beide met h/b. Eventueel deze procedure herhalen met gewijzigde parameters, totdat er een vierkant op het scherm ontstaat.

Opmerking 2. Het is denkbaar, dat de vierkanten, die de wijzerplaat vormen, als rechthoeken op het scherm verschijnen. Om de parameters in de DRAW-opdracht aan te passen dient het volgende programma:

```
10 Cls:Screen 2
20 Draw "D50R100"
```

Er komt een L op het scherm met hoogte h en breedte b. Vermenigvuldig de parameter 100 achter R met h/b. Herhaal deze procedure met gewijzigde parameter, totdat h en b gelijk zijn. Nu ligt de verhouding van de parameters voor horizontale en verticale lijnstukken van gelijke lengten vast; gebruik die verhouding voor de parameters in regel 50. In bovenstaand programma gebruikte ik de verhouding 12 : 5. Het resultaat van draw-opdrachten is niet afhankelijk van enig voorafgaand window-commando.




```
LIST
10 CLS:KEY OFF:SCREEN 2:WINDOW (-333,-225)-(267,225)
20 PI=3.141593
30 FOR I=0 TO 11
40      PSET (190*COS(PI*I/6)-33,190*SIN(PI*I/6))
50      DRAW"TA45D21R50U21L50"
60      PAINT(190*COS(PI*I/6)-28,190*SIN(PI*I/6)),CHR$(16)+CHR$(1)
70 NEXT
80 PSET (0,0):M=1
90 T$=TIME$:SS=-6*VAL(MID$(T$,7,2)):MM=-6*VAL(MID$(T$,4,2)):UU=-30*VAL(MID$(T$,
   1,2))+MM/12:IF UU<-360 THEN UU = UU+360
100 IF SS-S THEN DRAW"TA=S;C0;NU65":S=SS:DRAW"TA=S;C1;NU65":LOCATE 1,1:PRINT T$:
    DRAW"TA=M;C1;NU68":DRAW"TA=U;C1;NU55"
110 IF MM-M THEN DRAW"TA=M;C0;NU68":DRAW"TA=U;C0;NU55":M=MM:U=UU:DRAW"TA=M;C1;NU
    68":DRAW"TA=U;C1;NU55"
120 GOTO 90
Ok
```

'De zakrekenmachine'

▶ Zakrekenmachine: wiskunde anders? (2)

Frans Bouman

De eisen die op het examen aan kandidaten gesteld worden, staan op gespannen voet met een optimaal gebruik van de ZRM. In deze bijdrage pleit ik voor een beter ZRM-gebruik; deze bijdrage gaat uitdrukkelijk niet over de zin van al dan niet exact werken.

In het Vademecum voor de Wiskundeleraar (tweede uitgave, oktober 1986) komt op bladzijde 25 de volgende tekst voor:

Bij een opdracht 'bereken in ... decimalen nauwkeurig' of 'bereken in graden nauwkeurig' behoort een numeriek antwoord gegeven te worden dat in het algemeen met behulp van een rekenapparaat of een tabel verkregen wordt. Het vermelden van het aantal decimalen heeft mede als consequentie, dat de kandidaat niet in een te vroeg stadium afrondingen mag maken.
Bij opdrachten als 'bereken', 'los op', 'voor welke $x \in \mathbb{R}$ geldt', 'bewijs' worden exacte antwoorden vereist, die niet met behulp van een rekenapparaat of een tabel verkregen worden.
Een exact antwoord wordt dus vereist bij de volgende opgaven.

In $\triangle ABC$ is $a = 12$, $b = 10\sqrt{2}$ en $\sin\alpha = 0{,}6$. Bereken β.
Los x in $\mathbb{R}$ op uit $\cos 2x = 0{,}5$.
Gegeven is de functie $f: x \to 3e^{-x}$. Voor welke $x \in \mathbb{R}$ is $f'(x) = 1$?
In $\triangle ABC$ is $a = 7$, $b = 8$ en $c = 13$. Bewijs dat $\gamma = 120^0$.

Vervelend is dat er, in de vierde regel van onder, 0,6 staat; het zou toch beter zijn als hier stond: $\sin\alpha = 6/10$, of nog liever: $\sin\alpha = 3/5$. Volgens bepaalde conventies betekent $\sin\alpha = 0{,}6$, dat $\sin\alpha$ een getal voorstelt uit de verzameling $[0{,}55; 0{,}65\rangle$.
Ook de volgende regel zou ik anders willen zien. Hier zou in plaats van 0,5 de breuk 1/2 gebruikt moeten worden.
U kunt natuurlijk vinden dat het muggenzifterij is om hierover te vallen. Het gaat mij er ook heus niet om een goedkoop succesje te boeken.

In het nu volgende zou ik ervoor willen pleiten het onderscheid tussen 'exacte' en 'niet-exacte' antwoorden te laten vervallen.
Om te beginnen. Ik heb de opgave: In $\triangle ABC$ is $a = 12$, $b = 10\sqrt{2}$ en $\sin\alpha = 3/5$. Bereken β., met behulp van twee verschillende rekenmachines opgelost. Beide machines gaven het 'exacte' antwoord 45^0. In dit geval is dus niet te controleren of degene die de opgave oploste, zich gehouden heeft aan de voorwaarde, geen rekenmachine te gebruiken. Voor het eveneens 'exacte' antwoord 135^0 geldt hetzelfde.
De opgave: Los x in $\mathbb{R}$ op uit $\cos 2x = 1/2$, kan ook eenvoudig met behulp van een ZRM gemaakt worden:
toets 0,5 in, gevolgd door inv cos; in het venster verschijnt 1,0471976; deel dit door 2; resultaat 0,5235988; deel dit antwoord door π (3.1415927); resultaat 0,1666666.
Mijn ervaring is, dat veel leerlingen hierin het getal 1/6 herkennen; misschien kunnen we ze het zelfs wel leren! Maar dat is het laatste wat ik zou willen.
Natuurlijk kunt u mijn voorbeelden flauw vinden; mijn conclusie is het allerminst: in vele gevallen valt achteraf niet na te gaan of de leerlingen die een 'exact' antwoord geven, dit ook exact verkregen hebben.

In het havo-examen van 1982 (eerste tijdvak) komt de volgende opgave voor (de onderdelen a en b zijn weggelaten):

Met domein $[0,2\pi]$ zijn gegeven de functie $f: x \to \sin 2x$ en voor elke $a \in \mathbb{R}$ de functie $g_a: x \to a\cos^2 x$.
c. Voor welke a geldt: de grafieken van f en g_a snijden elkaar in een punt met x-coördinaat $5/6\pi$? Onderzoek in dat geval of deze grafieken elkaar in dat punt loodrecht snijden.

De oplossing in 'drs. A. den Toom, Havo-examenbundel-wiskunde 1975/1986' ziet er als volgt uit:

c. De grafieken van $f: x \rightarrow \sin 2x$ en $g_a: x \rightarrow a\ cos^2 x$ snijden elkaar in een punt met x-coördinaat $\frac{5}{6}\pi$, dus geldt:

$\sin 2 \cdot \frac{5}{6}\pi = a \cdot \cos^2 \frac{5}{6}\pi \Leftrightarrow -\frac{1}{2}\sqrt{3} = a \cdot \frac{3}{4} \Leftrightarrow a = \frac{4}{3} \cdot -\frac{1}{2}\sqrt{3} = -\frac{2}{3}\sqrt{3}$.

In het snijpunt is de r.c. van de raaklijn aan de grafiek van f gelijk aan $f'(\frac{5}{6}\pi)$, dus $2 \cos 2 \cdot \frac{5}{6}\pi = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$.

En de r.c. van de raaklijn aan de grafiek van $g_{-\frac{2}{3}\sqrt{3}}$ is gelijk aan $g'_{-\frac{2}{3}\sqrt{3}}\left(\frac{5}{6}\pi\right) = -\frac{2}{3}\sqrt{3} \cdot 2 \cos \frac{5}{6}\pi \cdot -\sin \frac{5}{6}\pi = \frac{2}{3}\sqrt{3} \cdot 2 \cdot -\frac{1}{2}\sqrt{3} \cdot -\frac{1}{2} = -1$.

Omdat het produkt van de r.c.'en gelijk is aan -1 snijden de grafieken van f en $g'_{-\frac{2}{3}\sqrt{3}}$ elkaar loodrecht.

De oplossing met behulp van de ZRM ziet er, enigszins verkort, als volgt uit:

$$\left.\begin{array}{l} \sin 2 \cdot 5/6\pi = -0{,}8660254 \\ a \cdot \cos^2 5/6\pi = 0{,}75a \end{array}\right\} a = -1{,}1547005$$

$2 \cdot \cos 2 \cdot 5/6\pi = 1$

Voor $a = -1{,}1547005$ geldt:

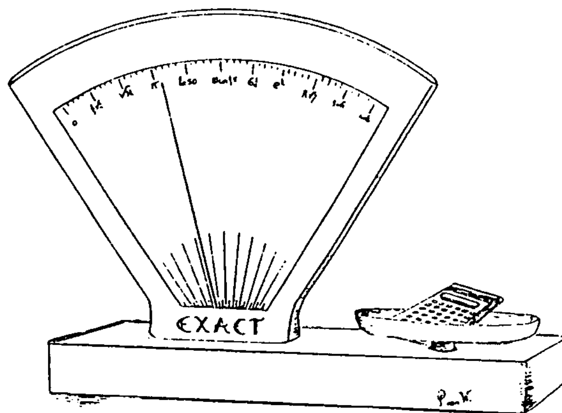
$-2 \cdot a \cdot \cos 5/6\pi \cdot \sin 5/6\pi = -2{*}-1{,}1547005{*}-0{,}8660254{*}-{,}5 = -1$

De grafieken snijden elkaar dus loodrecht.

Hoe kunnen we havo-leerlingen ooit duidelijk maken dat de eerste oplossing beter is dan de tweede?

Natuurlijk kunt u mij tegenwerpen: er staat in de opgave 'Voor welke a geldt ...' en volgens de regels moet dan een 'exact' antwoord gegeven worden; het komt er dan eigenlijk op neer dat een kandidaat pas zijn rekenmachine mag gebruiken, als bij het gevraagde antwoord de nauwkeurigheid vermeld staat.

Opgaven als de boven geciteerde komen duidelijk uit de periode die voorafging aan de komst van de ZRM. Je moest dan wel, om het rekenwerk uitvoerbaar te houden, komen met een x-coördinaat als $5/6\pi$. Nu we de ZRM tot onze beschikking hebben, kan $5/6\pi$ gerust vervangen worden door bijv. 2,5.



De zokrekenmachine gewogen.
Resultaat: wel nauwkeurig, maar niet exact!

Voor de gebruiker van de ZRM verandert de opgave dan helemaal niet, terwijl deze opgave zonder ZRM bijkans onuitvoerbaar wordt.

In plaats van de ZRM zo beperkt te gebruiken als in het Vademecum gesuggereerd wordt, zouden we de ZRM tot onze bondgenoot moeten maken, omdat deze ons in staat stelt vraagstukken op te stellen die vroeger niet tot de mogelijkheden behoorden.

De eisen die aan leerlingen gesteld worden, dateren uit een tijd dat er nog geen ZRM was. Nu de ZRM er is, is het toch alleszins zinvol om deze eisen te heroverwegen. De ZRM biedt ons kansen die we niet mogen laten liggen.

In het verlengde van het bovenstaande lijkt het mij zinvol, om bij wiskunde-A de leerlingen alleen te confronteren met rationale getallen; in de praktijk is dat nu natuurlijk ook al zo, maar misschien is het wel aardig om het gewoon hardop te zeggen.

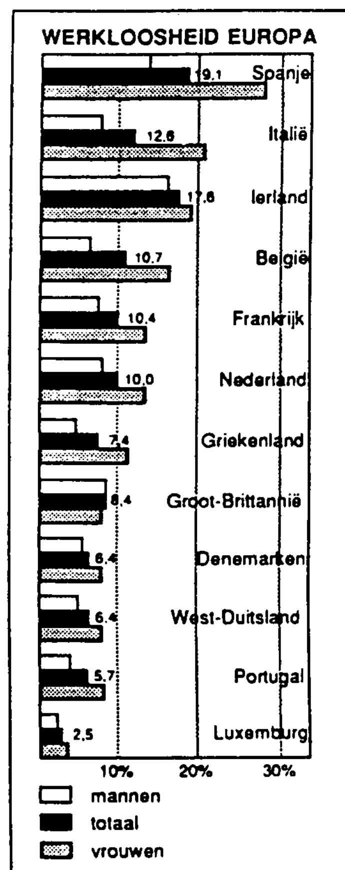
Tot slot zou ik nog een argument willen aanvoeren, hoewel dit losstaat van het voorgaande.

In de school-natuurkunde wordt het onderscheid tussen 'exacte' en 'niet-exacte' antwoorden niet gemaakt, met dien verstande, dat alleen maar 'niet-exacte' antwoorden gegeven mogen worden. Het zou voor de leerlingen toch heel plezierig zijn, als de regels voor het gebruiken van de ZRM bij natuurkunde en wiskunde dezelfde waren.

● Werkblad ●

▶ Statistiek

Deze grafiek stond eind 1988 in de krant.
De vragen 1 t/m 6 horen bij de grafiek. Werkloosheidspercentages hebben betrekking op mannen en vrouwen die in staat zijn om te werken en dat ook willen.



1 In welke landen is de totale werkloosheid hoger dan 10%?

2 In welke landen is het percentage van de totale werkloosheid ongeveer even hoog als in ons land?

3 In welke landen is het percentage van de werkloosheid onder vrouwen meer dan 10% terwijl het onder mannen minder dan 10% is?

4 In Denemarken en West-Duitsland is 6,4% van de werkwillenden zonder werk.
Zijn er in die landen evenveel mensen werkloos?

5 De werkende mensen vind je vooral in de leeftijdsgroep van 20 tot 65 jaar. Op het ogenblik zijn er in ons land zo'n drie miljoen vrouwen van die leeftijd. Daarvan wil ongeveer 42% werken.
Hoeveel vrouwen zijn dat?

6 Hoeveel vrouwen waren er eind 1988 ongeveer op zoek naar werk volgens deze grafiek?

Oefenexamen C-niveau
C.O.W. 1989

● Werkblad ●

▶ Grafieken en functies

De vragen 1 t/m 7 hebben betrekking op grafieken en functies. Je werkt hier met het functievoorschrift:

$$x \rightarrow x^2 - 6x - 7$$

1 Welke getallen kun je allemaal voor x kiezen om uit te komen op 9?

2 Voor welke x krijgt deze functie de uitkomst 0?

3 Teken de grafiek van deze functie voor de getallen x tussen -2 en 8.

4 Soms geeft deze functie positieve uitkomsten, soms negatieve.
Kleur van de grafiek die je zojuist tekende het gedeelte met de negatieve uitkomsten rood.

5 Als ik de grafiek verder zou tekenen, kwam het punt $(-7, 84)$ op de grafiek terecht. Leg uit hoe ik dat kan weten.

6 De grafiek heeft een symmetrie-as. Als je hem nog niet had getekend, doe het dan nu.

7 Gebruik die symmetrie-as om erachter te komen wat het tweede punt (..., 84) van de grafiek is.
Welk getal moet er op de puntjes staan?

Oefenexamen C-niveau
C.O.W. 1989

▶ Transfertest afgerond

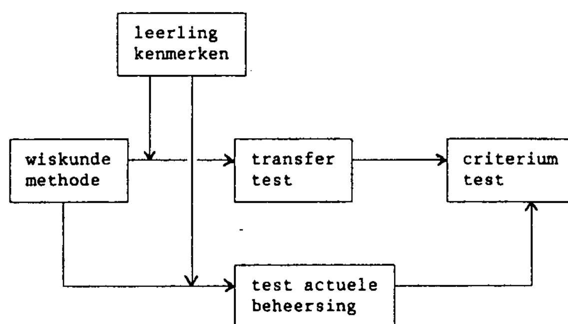
Jacob Perrenet en Wim Groen

1 Inleiding

Dit verhaal had u nog van ons tegoed. Eerder werd in Euclides verslag gedaan van de start en de voortgang van het onderzoek van het project 'Transfertest' (Perrenet, 1985; Perrenet en Groen, 1987). Nu het eindrapport van het onderzoek verschenen is (De Leeuw e.a., 1988), brengen we u een afsluitend artikel met een keuze uit de resultaten.

De *transfertest*, waar ging dat ook al weer over? Het doel van het onderzoek was de constructie van een test om transfer te meten binnen het wiskunde-onderwijs: hoe goed zijn leerlingen in staat om geleerde wiskundige kennis en vaardigheid te gebruiken in nieuwe situaties? De test zou gebruik maken van een subtiele meetprocedure met inzet van hints: kleine hulpaanwijzingen om leerlingen tot prestaties te brengen, die ze zelfstandig net niet bereiken. Iemand die weinig hulp nodig heeft, krijgt dan een hogere score dan iemand die veel hulp gebruikt. In feite wordt met de hints het leerpotentieel afgetast, de zône van naaste ontwikkeling.

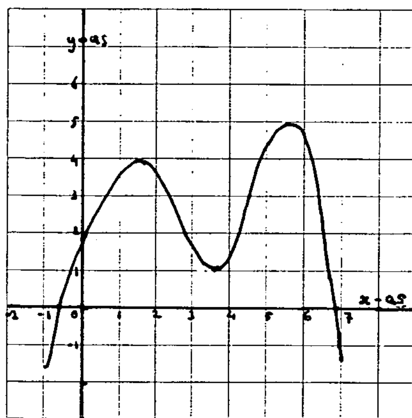
Wat wilden de onderzoekers met zo'n test? Verschillen meten. Leerboeken verschillen en ook leerlingen, zelfs wanneer men slechts binnen een beperkt gebied kijkt, te weten naar de drie methoden Sigma, Moderne Wiskunde (4e editie), en Getal en Ruimte en daarbinnen de functieleerstof en naar leerlingen van 3-vwo. De vraag was of het uitmaakte via welke methode men onderwijs genoten had. En of daarbij leerlingkenmerken als veldafhankelijkheid en faalangst een rol speelden. Met de test wilden de onderzoekers daarnaast ook voorspellingen kunnen doen: de testscore moest iets zeggen over hoe goed of hoe slecht de leerling het enige tijd later in het wiskunde-onderwijs zou doen. Daartoe werd een half jaar na de transfertest de zogenaamde *criteriumtest* afgenomen. Tenslotte hoopte men dat je met zo'n test beter voorspelde dan met een test bestaande uit 'gewone' (dat wil zeggen: geen transfer-) opgaven. De laatstgenoemde test heette de *actuele beheersingstest*. In figuur 1 zijn de genoemde variabelen van het onderzoek in schema gezet; een pijl geeft enerzijds aan de volgorde in de tijd (afname van de instrumenten), anderzijds ook de richting van de voorspellingen die werden onderzocht (de onderlinge beïnvloeding der variabelen).



Figuur 1

In de vorige artikelen in Euclides lieten we zien hoe de transferopgaven met hints vorm kregen; het werd uiteindelijk een aanbieding met de opgaven op papier en de hulp op het scherm van een microcomputer, zie Perrenet en Groen (1987). Om er weer in te komen geven we in figuur 2 nog eens een voorbeeld van een opgave met daarbij een hint en de feedback erop.

In figuur 2 zie je de grafiek van de functie f.
Als de vergelijking $f(x) = p$ vier oplossingen heeft, tussen welke waarden moet het getal p dan liggen?



Figuur 2

Wie de opgave zelfstandig niet kon oplossen, kon hints oproepen. De eerste had de vorm:
HINT 1: Om de opgave beter te begrijpen kun je het beste enkele waarden voor p invullen in $f(x) = p$ en telkens kijken hoeveel oplossingen er dan zijn. Bij $p = -1$ bijvoorbeeld, hoeveel oplossingen heeft de vergelijking $f(x) = p$ dan? Met andere woorden: voor hoeveel verschillende x geldt $f(x) = -1$?
a 0
b 1
c 2
d Ik weet het niet

Wie niet alternatief c koos, kreeg op het scherm de tekst:
Goed is: 2 oplossingen. Voor $p = -1$ krijg je als vergelijking $f(x) = -1$. Deze vergelijking heeft 2 oplossingen, want de grafiek heeft 2 snijpunten met de lijn $y = -1$.
Op het scherm was dan ook nog een tekening te zien zoals de grafiek hiervoor met extra de lijn $y = -1$ erbij.

Drie verschillende soorten transfer werden binnen de geconstrueerde opgavenserie onderscheiden:
– horizontale transfer naar binnen (het kunnen gebruiken van een stukje wiskunde op een ander, ook onderwezen wiskundig gebied)
– horizontale transfer naar buiten (het kunnen toepassen van een stukje wiskunde op een niet-wiskundig terrein)
– verticale transfer (het kunnen generaliseren/abstraheren naar in het verlengde liggende, maar nog niet behandelde leerstof).
De zojuist getoonde opgave doet een beroep op verticale transfer. De betreffende leerlingen – eind derde klassers havo/vwo – hebben soortgelijke vragen alleen nog gezien in de context van tweedegraads functies.

In de eerdere verhalen werd verder verslag gedaan van de eerste resultaten van de afname van de geconstrueerde transfertest: opvallende dingen, goed of slecht, die de leerlingen met de opgaven deden. Op dezelfde wijze werd de actuele beheersingstest behandeld.
Net zo beginnen we nu dit artikel met een beschouwing over de resultaten van de zogenaamde criteriumtest. Vervolgens passeren de in het onderzoek betrokken methoden, Sigma, Moderne Wiskunde (vierde editie), en Getal en Ruimte, de revue. Welke verschillen werden door analyses gevonden? Daarna komen we dan op de kern van het onderzoek: hoe luidden de onderzoekshypothesen?, welke waren de resultaten? We besluiten met een terugblik: wat is het nut geweest van dat alles? en een blik vooruit: wat wordt er verder mee gedaan?

2. De criteriumtest

De criteriumtest was de test die moest meten hoe goed of slecht een leerling in wiskunde was een half jaar na de transfertestafname. De criteriumtestscore zou door de transfertestscore voorspeld moeten worden. Ook los van deze relatie levert zo'n momentopname van de wiskundekennis van een groot aantal middelbare scholieren zaken op die het vermelden waard zijn. De verschillende methoden behandelen in de eerste helft van vwo deels verschillende onderwerpen. Uit een analyse resulteerden de onderwerpen 'Inleiding in de differentiaalrekening' en 'Functies met toepassingen'. De test werd samengesteld uit opgaventypen die in alle drie de methoden een belangrijke plaats innamen.
Bij de actuele beheersingstest een half jaar eerder vielen de resultaten op zich – als weergave van het wiskundig niveau – nogal tegen (Perrenet en Groen, 1987). Evenzo viel het niveau halfweg 4vwo

niet mee. Er waren 10 'normale' wiskunde-opgaven, open geformuleerd, waarop een totaal van 25 punten kon worden gehaald. De gemiddelde score was ongeveer de helft daarvan. Een indruk van deze test geven we door drie van de tien opgaven te laten zien met daarbij een overzichtje van gemaakte fouten.

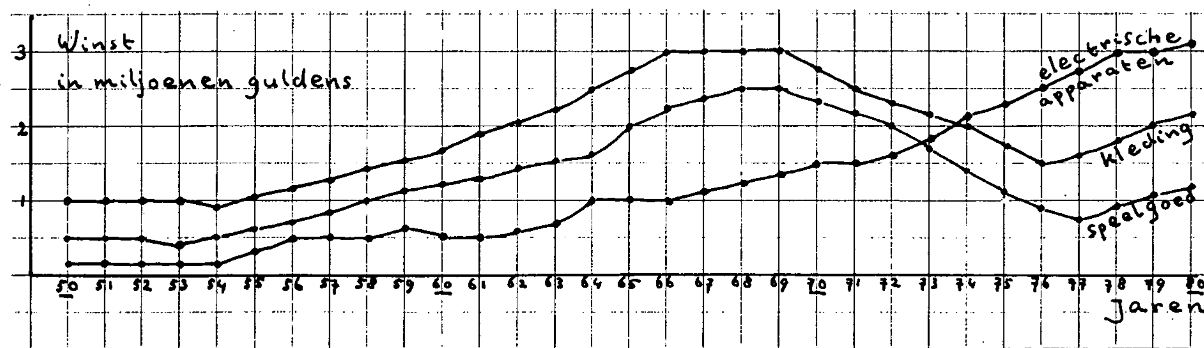
De eerste opgave vraagt naar toepassing van formele regels van het differentiëren:
Als $a(x) = p(x) + c.q(x)$, *dan* $a'(x) = \ldots$
Hierbij stellen a, p en q functies van x voor en c is een constante.
In elk der drie methoden worden de somregel en de regel van het bepalen van de afgeleide bij vermenigvuldiging van een functie met een constante duidelijk aangegeven. Toch bleek de opgave niet echt eenvoudig: 17% van de leerlingen kwam er niet uit. Bij de fouten zien we vormen als $p(x) + cq(x)$ en $p(x) + q(x)$, waarbij aan de oorspronkelijke vorm niet veel veranderd is, verder c, 2 en 0, waarbij het differentiëren als het ware te ver gegaan is en antwoorden waarbij men wel het vermoeden krijgt dat leerlingen zich de regels voor het bepalen van een afgeleide vaag herinneren, alleen passen ze niet de juiste regel in de gegeven situatie toe:

$$p'(x)\cdot q'(x), \frac{c}{\frac{-p}{x}-\frac{-q}{x}} \text{ en } p(x)^{p-1} + 0\cdot q(x)^{q-1}$$

De tweede opgave behoort eigenlijk tot de onderbouwstof. In de vierde klas blijkt hij weer terug te komen.
Los op: $x^2 - 14 < 2$
Voor maar liefst 35% van de leerlingen blijkt deze opgave te zwaar. Opvallende fouten zijn $x < 4$ en $x < -4 \vee x < 4$; sommigen gaan halverwege op een vergelijking over: $x = 4 \vee x = -4$; ook is er verwarring van $\vee$ met $\wedge$ en tenslotte komen ook rariteiten als $x - \sqrt{14} < \sqrt{2}$ voor.

De derde opgave is meer wiskunde-A-achtig.
Een warenhuis verkoopt drie soorten artikelen. Op het eind van elk jaar wordt berekend hoeveel winst er is gemaakt op iedere soort artikel. De grafiek in figuur 3 laat de winst zien over de jaren 1950 tot en met 1980. In welke jaren steeg de winst op speelgoed?

Door de opgavenmakers werd deze bijna als te simpel weggegooid, maar indachtig de tegenvallende resultaten van de actuele beheersingstest toch gehandhaafd. En zie: 5% leest de tekst of de grafiek slordig (men ziet slechts één periode, zoekt naar maximale winst of neemt de verkeerde grafiek). Niet bedoeld en daarom niet meegerekend was de lastigheid van het beginjaar van beide perioden: 53 en 77 horen er niet bij. Ruim de helft van de leerlingen had daar geen erg in.
Net als bij de actuele beheersingstest bleek dus, dat een onverwachte toets over stof die in de maanden daarvoor behandeld is en getoetst, laat zien dat soms elementaire zaken bij veel leerlingen niet zijn blijven hangen.



Figuur 3

3. Verschillen tussen leerboeken

Het leerboek is voor veel wiskundeleraren een belangrijk hulpmiddel. Over de eisen, die aan een leerboek gesteld moeten worden lopen de meningen uiteen. In het avo bestreken destijds de drie meest gebruikte methoden elk ongeveer 30 procent van de markt. Deze drie werden in het onderzoek opgenomen.
Onze analyses hadden betrekking op de onderbouwboeken. De transfertest had de functieleerstof als thema en daarom werd bij de analyses van de methoden ook vooral op de functieleerstof gelet. Tevoorschijn kwam dat Moderne Wiskunde, Getal en Ruimte, en Sigma volgens verschillende criteria in eenzelfde volgorde geplaatst konden worden, met Moderne Wiskunde en Sigma als tegenpolen, terwijl Getal en Ruimte een middenpositie innam. Dit gold voor:
– het aanbieden van de stof ingeklede vorm (Moderne Wiskunde) tegenover het gebruik van 'kale' wiskunde (Sigma).
– het integreren van de verschillende onderwerpen (Moderne Wiskunde) tegenover het geïsoleerd behandelen (Sigma).
– het vrij laten van oplossingsmethoden (Moderne Wiskunde) tegenover het voorschrijven ervan (Sigma).
Samenvattend kan men zeggen, dat Moderne Wiskunde levendig is, maar het minst gestructureerd, terwijl Sigma een duidelijke structuur biedt, maar saai is en dat Getal en Ruimte er tussenin zit. Op een ander punt, het punt van de abstractie bleek echter de genoemde volgorde niet geheel op te gaan: Getal en Ruimte ging hierin veel verder dan Sigma en Moderne Wiskunde. In de eerste klas gebruikte Moderne Wiskunde zelfs nog vrijwel geen wiskundige termen en symbolen.

Het is moeilijk om op grond van deze kenmerken te zeggen dat het ene boek beter is dan het andere. In het onderzoek werd wel geprobeerd op grond van de kenmerken voorspellingen te doen over hoe goed de leerlingen die een bepaalde methode gebruikt hadden het op de verschillende testen zouden doen. Zouden die voorspellingen uitkomen, dat was daarmee wel iets gezegd over de kwaliteit in het algemeen.

Gezien het feit dat alle drie de methoden zich al vele jaren handhaven lijkt bij elk der drie zich een bepaald type leraar thuis te voelen. Dit zou ook voor typen leerlingen kunnen gelden. In het onderzoek werden in dit verband voorspellingen gedaan omtrent de invloed van de leerlingkenmerken veldafhankelijkheid en faalangst. In de volgende paragraaf geven we een overzicht van deze en enkele andere voorspellingen (hypothesen) van het onderzoek.

4. Hypothesen

Het eerste tweetal hypothesen is reeds toegelicht; bij de andere geven we de bijbehorende redenering.
– *De transfertest heeft voorspellende waarde ten opzichte van het toekomstig wiskundig niveau.*
– *De transfertest heeft een hogere voorspellende waarde dan de actuele beheersingstest.*
– *De leerlingen van Moderne Wiskunde zijn het beste in horizontale transfer naar binnen en naar buiten, die van Sigma het slechtst.*
Dit werd afgeleid uit de mate van inkleding van de wiskunde in de boeken en de mate waarin de verschillende leerstofonderdelen in onderling verband worden aangeboden.
– *De leerlingen van Getal en Ruimte scoren het hoogst op verticale transfer.*
De groep van Getal en Ruimte zou gezien de mate van abstractie over het beste taalgereedschap moeten beschikken om binnen de wiskunde te generaliseren.
– *De leerlingen van Moderne Wiskunde scoren het hoogst op de transfertest, de Sigma-leerlingen het laagst.*
De redenering is, dat men transferopgaven beter maakt, naarmate men meer gewend is wiskunde te bedrijven in min of meer nieuwe, onzekere situaties. Het strookt ook met de beide voorgaande hypothesen, waarin voorspeld wordt, dat Moderne Wiskunde op twee van de drie transfertypen superieur zal zijn en Getal en Ruimte op één.
Bij de laatste drie voorspellingen moest rekening gehouden worden met het feit, dat wil er van transfer sprake zijn, er om te beginnen iets moet zijn om die transfer mee uit te voeren; een leerling moet zekere kennis of vaardigheid hebben voor deze

naar een nieuwe situatie kan worden gegeneraliseerd. In vaktermen: voor de variabele actuele beheersing moest worden gecontroleerd.
– *Sigmaleerlingen halen de beste resultaten op de test voor actuele beheersing.*
Deze voorspelling werd ook afgeleid uit hetgeen uit de leerboekanalyses naar voren kwam: Moderne Wiskunde en Getal en Ruimte besteden relatief de meeste tijd aan extra's naast het eigenlijke leerplan (ingeklede opgaven, abstracte notaties). Bij Sigma is men het meest op de leerstof zelf geconcentreerd.
– *Faalangstige en veldafhankelijke leerlingen hebben het meeste plezier in wiskunde en scoren het hoogst op de actuele beheersingstest indien ze Sigma gebruiken, het minste plezier en de laagste scores bij gebruik van Moderne Wiskunde. Bij niet faalangstige en veldonafhankelijke leerlingen ligt dit net andersom.*
De gedachtengang hierbij is, dat faalangstigen en veldafhankelijken het meest gebaat zijn bij structuur, terwijl niet faalangstigen en veldonafhankelijken liever hun eigen weg zoeken.

5. Resultaten

Allereerst kunnen we met trots vermelden, dat de transfertest inderdaad in staat bleek het latere wiskunde-niveau, gemeten met de criteriumtest, te voorspellen. Ook bleek aan te tonen, dat het ingehouwde hintsysteem aan de kracht van de test bijdroeg. Kijken we echter wat precieser naar de getallen, dan past een wat bescheidener opstelling: de correlatie van de transfertest met de criteriumtest (de zogeheten predictieve validiteit) was slechts 0,44. Ook de correlatie tussen de actuele beheersingstest en de criteriumtest bleek significant maar laag: 0,35. De hoop, dat de transfertet het beter zou doen, werd dus bewaarheid.

Minder succesvol bleek het gesteld met de andere poot van het onderzoek: het aspect van de verschillen tussen wiskundemethoden en hun effecten. *Geen enkele van de voorspellingen over bepaalde gebruikersgroepen die het beter of slechter zouden doen op opgaven van bepaalde transfertypen werd bewaarheid.*
Verschillen op de transfertestscore als geheel waren er wel, maar die konden nauwelijks aan de gebruikte wiskundemethode worden toegeschreven. Veel belangrijker als verklarende factor was de school en binnen de school maakte ook de leraar en de klas nog wel wat uit.

Wat betreft de leerlingkenmerken faalangst en veldafhankelijkheid tenslotte werd iets heel interessants gevonden. Er was verondersteld dat faalangstige, veldafhankelijke leerlingen baat zouden hebben bij een sterk gestructureerde methode als Sigma en in iets mindere mate Getal en Ruimte. Wat bleek echter: juist bij Moderne Wiskunde maakte de mate van faalangst en veldafhankelijkheid het minste uit. In de discussie komen we hierop terug.

6. Discussie

Aan het eind van dit slotartikel over het transfertest-onderzoek past een terugblik: wat heeft het onderzoek opgeleverd, speciaal met het oog op het wiskunde-onderwijs? (Specifiek psychologisch interessante uitkomsten laten we hier liggen).

Er is een typering gegeven van wiskundemethoden, die leraren kan helpen bij hun keuze. Daarbij moet wel vermeld worden, dat die beschrijving al weer enigszins gedateerd is; Moderne Wiskunde bijvoorbeeld is in haar nieuwste uitgave iets opgeschoven in de gestructureerde richting, Sigma zal zeker niet nalaten in zekere mate mee te gaan met de huidige trend van het contextonderwijs. Misschien dat voor sommige lezers de beschrijving niets nieuws over de mehoden zegt: 'wie met de methode gewerkt heeft had het ook zo kunnen vertellen.' Toch moet men voorzichtig zijn met oordelen die niet op systematische analyse stoelen. Enkele jaren geleden verrichtte Krammer analyses naar eerdere uitgaven van dezelfde drie methoden en vond daarbij onder andere, dat Getal en Ruimte en Moderne Wiskunde de meeste vraagstukken hadden, Sigma de minste. De gangbare mening van leraren en vakdidactici luidde juist dat Sigma vooral een oefenboek was met veel vraagstukken, ter-

wijl Moderne Wiskunde er slechts weinig had (Krammer, 1984).

Dat over alle leerlingen gezien geen verschil in effect van het gebruik van de verschillende methoden werd gevonden, en dat de invloed van de school en de leraar groter waren, wijst op het belang van factoren als schoolklimaat en mogelijk ook sociaal-economische achtergrond van de leerlingen. Onvoldoende kon in het onderzoek rekening gehouden worden met de manier waarop de leraar het boek gebruikte: vrij of naar de letter. Natuurlijk kan in het tweede geval meer effect van de aard van de methode verwacht worden dan in het eerste.

Er werd gevonden, dat Moderne Wiskunde als minst gestructureerde methode juist niet nadelig was voor veldafhankelijke en faalangstige leerlingen. De voorspelling, dat de minst gestructureerde methode nadelig zou zijn voor de faalangstigen en veldafhankelijken was gebaseerd op onderzoeksresultaten, waarbij het ging om leertaken van hooguit enkele uren. Misschien is het wel zo, dat jarenlang omgaan met minder gestructureerd wiskundemateriaal dit type leerlingen eraan doet wennen en hen leert in onzekere situaties wiskunde te bedrijven.

De transfertest bleek voorspellende waarde te hebben, zij het geen grote. Toch is het veelzeggend, dat 5 open vragen met hulpaanwijzingen (de transfertest) meer zeggen over het leerpotentieel van leerlingen dan 30 multiple choice-vragen plus 1 open vraag (de actuele beheersingstest).

Uit de resultaten bleek niets van de indeling in drie transfertypen die bij het construeren der opgaven was gehanteerd. Bij die constructie inspireerde die driedeling overigens wel. Een mogelijke verklaring voor het niet terugzien ervan is dat binnen elk type de opgaven meer of minder moeilijk kunnen zijn door de afstand tot de bekende stof (nabije en verre transfer) en deze dimensie kon in het onderzoek niet worden meegenomen.

Bij het construeren van de hints en de wijze van aanbieden werden duidelijke successen geboekt: in de loop van het project werd bij de verschillende gelegenheden, waar het hulpsysteem getest werd, telkens de hulp meer gebruikt en werden de hints op zich ook effectiever. Achteraf vonden we dat belangrijk genoeg om er een apart verhaal over te schrijven (Groen en Perrenet, 1987). Leraren, boekenauteurs en softwareontwerpers kunnen er iets aan hebben.

Wat gebeurt er verder met de transfertest?
Direct ingezet in het onderwijssysteem zal hij zeker niet worden. Dat zou ook niet goed zijn: produkten van onderwijs-onderzoek zijn zelden direct rijp voor toepassing in de onderwijspraktijk. In ons geval wordt gedacht aan een tweeledig vervolg. Ten eerste zijn er plannen het systeem van opgaven met hulp uit te bouwen tot een systeem voor computer ondersteunde instructie. Daarbij zou geprobeerd moeten worden bij de opgaven ook meerdere oplossingsmethoden in te bouwen en tevens zou met verschillende soorten hints worden geëxperimenteerd. Het tweede vervolg is gebaseerd op analyses achteraf van projectmedewerker Joost Meijer. Hij ontdekte, dat het ingebouwde hulpsysteem vooral bij leerlingen met een slechte motivatie voor wiskunde en ook bij faalangstigen bijdroeg aan het voorspellen van toekomstige wiskundige prestaties. Een gewone test zou bij dit type leerlingen het leerpotentieel wel eens systematisch kunnen onderschatten. Het plan is om dit nader te onderzoeken, waarbij ook geprobeerd zal worden de moeilijkheid van de opgaven en de soort hints beter bij de individuele leerling te laten aansluiten.

Terugkijkend vinden we de resultaten niet spectaculair maar hier en daar zeker interessant. Terloops zeggen onze onderzoekingen iets over het wiskundig peil van derde en vierde-klassers, dat dus nogal tegen viel. Alle reden om aan onderzoek in het wiskunde-onderwijs en aan verbetering van wiskundemethoden te blijven werken. Zowel het ontwikkelingsonderzoek (ontwerpen, uitproberen en bijstellen van methoden) als het evaluatieonderzoek (vergelijken op effect van bestaande methoden) hebben daarbij hun plaats. Zowel kwalitatieve onderzoeksmethoden (weinig leerlingen in de diepte onderzoeken) als kwantitative (grote groepen aan de oppervlakte meten) hebben daarbij hun nut. In combinatie geven ze een meer compleet beeld dan ieder op zich.

7. Literatuur

Groen, W. E. en J. Chr. Perrenet; *Hints*, Nieuwe Wiskrant 7, 1987.
Krammer, H. P. M.; *Leerboek en leraar*; Harlingen, Stichting voor Onderzoek van het Onderwijs, 1984.
Leeuw, L. de, J. Meijer, J. Chr. Perrenet en W. E. Groen; *De constructie en validering van een transfertest voor wiskunde-onderzoek met gebruikmaking van items met gefaseerde hulp;* Vrije Universiteit, Amsterdam (Eindverslag SVO-project 1128), 1988.
Perrenet, J. Chr., *Een transfertest voor wiskunde;* Euclides, 61/4, 1985.
Perrenet, J. Chr. en W. E. Groen; *Transfertest halfweg*, Euclides 63/2, 1987.

Verschenen

Horssen, W.T. van/Burgh, A.H.P. van der: *Inleiding Matrixrekening en Lineaire Optimalisering*; Epsilon; *f* 27,50; 128 blz.
Het betreft hier de tweede druk van het boekje dat besproken is in Eculides 62,7 blz. 210. Er is een paragraaf toegevoegd waarin een rechtvaardiging wordt gegeven van de Simplexmethode. Tevens is een antwoordenlijst opgenomen. Voor het overige verschilt deze druk niet van de eerste.

Reimann, J.: *Mathematical Statistics, with appllication in Flood Hydrology*; Akademiai Kiado; $ 34; 330 blz.
De doelstelling van dit boek is te laten zien hoe stochastische en statistische modellen gebruikt kunnen worden om stromingsproblemen op te lossen. Daartoe wordt naast het behandelen van de waarschijnlijkheidsrekening en de statistiek ruim aandacht besteed aan modellen uit de stromingsleer.

Wallis, W.D.: *Combinatorial Designs*; Marcel Dekker; $ 107.50; 344 blz. De schrijver heeft zich ten doel gesteld een tekstboek te schrijven waarin zowel de basisbegrippen uit de theorie der Combinatorische Ontwerpen aan de orde komen, alsook een aantal meer geavanceerde onderwerpen. Enkele trefwoorden: Balanced Designs; Eindige Algebra's en Meetkunden; Block Designs; Latijnse Vierkanten; Een-factorisaties; Tripel Systemen.

Nanda, lerares wiskunde

Agneta Aukema-Schepel

'Een boekje over mijn persoontje? Wat is daar nou interessant aan voor anderen?' Als u mocht denken bij die 'anderen' te horen, waarop Nanda's eigen scepsis van toepassing is, lees dan toch even verder: het blijken zulke kostelijke, sappige verhalen geworden te zijn, zo boeiend uit het leven gegrepen en zo vol van didactische vondsten, dat er voor ieder die wiskundeles geeft, heeft gegeven of hoopt te gaan geven, zeer veel leuks te lezen valt.

Het is voor het eerst, dat van een lbo/mavo-wiskunde docent(e) een levensbeschrijving wordt gegeven. Nanda Querelle –zojuist in de DOP– beschrijft allereerst haar eigen achtergrond en wel zo geestig dat je voor je ziet hoe zij met haar broers en zussen samen aan de huiskamertafel huiswerk maakte. 'Als je iets niet zeker wist vroeg je hardop b.v.: is ziekenhuis "malademaison"?' Zè doorspekt haar verhaal steeds met praktische tips, die vaak stoelen op haar eigen jeugdervaringen. Zo vergelijkt zij twee broers, waarvan de een op een vraag 'gewoon zei wat je weten wilde', terwijl de ander 'zo echt uitlegde, en dat duurde zo lang'. Ze gelooft dan ook nog steeds niet in een 'uitlegroman die helemaal vooraan begint... Natuurlijk, didactisch verantwoord, maar het werkt niet.'

Op de mulo zag zij kans om van de na schooltijd



gegeven wiskundelessen af te komen door te doen alsof dat een veel te zware belasting voor haar was. 'En ik vermoed dat geen enkel ernstig pedagogisch gesprek toen geholpen had... Lekker puh!... Hoed u.'

Tijdens de vier volgende kost-kweekschooljaren zon zij op middelen om onder de verplichte vele uren 'studiezaal' uit te komen. 'Vertrouw leerlingen niet zonder meer, ... sommigen spelen zeer goed toneel!'

Als 19-jarige onderwijzeres waren er drie mogelijkheden: 'ik trouw, ik trouw niet of ik ga het klooster in', destijds geen van drieën redenen om de hoofdakte te gaan doen. Vlak voor de HOS kwam het er toch van; een mooi verhaal!
Intussen had zij allang de akte wiskunde L.O. gehaald en was overgestapt naar het voortgezet onderwijs.

Zij is jarenlang de enige geweest die systematisch met het realistische IOWO-materiaal werkte, terwijl zij toeliet dat twee 'loerders' al haar wiskundelessen aan een brugklas beschreven. Zij was medewerkster van het IOWO, OW & OC, en het team Wiskunde 12-16 en namens onze vereniging lid van de CEVO en de VALO*. Door haar werd het officiële circuit van hoogleraren, CITO, inspecteurs en zelfs de staatssecretaris geconfronteerd met nuchtere praktijkervaring in lbo- en mavoklassen.

Vele malen schreef zij hierover, vooral in de Nieuwe Wiskrant en Euclides. U vindt deze schat van artikelen in dit boek, aangevuld met bijdragen van anderen over haar werk.

Een laatste citaat naar aanleiding van gedegen en weldoordachte artikelen in een nummer van de Nieuwe Wiskrant, over het rekenen in de brugklas, terwijl Nanda, die theorieën kennende, alleen behoefte had aan 'overleven en zelfvertrouwen': 'het is de soms meerwaardige toon en het voorbijgaan aan alle andere veel ernstiger problemen... Ga en kijk de eerste maanden consequent en nauwgezet in een lbo-brugklas..., ik weet best wel hoe ik zulke artikelen moet interpreteren, maar ik was even de gewone ploeterende leraar.'

Daarom is dit zo'n waardevol boek en zo'n genot om te lezen!

Titel: Nanda, lerares wiskunde.
Redactie: Huub Jansen en Fred Goffree.
Produktie: SLO/VALO-W/I, postbus 2061,
7500 CB Enschede, tel. 053-84 04 23.

Bestellen: ƒ25,– (inclusief verzendkosten) overmaken naar bankrekening 664851924 ten name van SLO, onder vermelding van VALO-W/I nr. 703704.

Noot

* IOWO:	Instituut voor de ontwikkeling van het wiskunde-onderwijs (opgeheven).
OW & OC:	Onderzoek Wiskunde-onderwijs & Onderwijs Computercentrum, universiteit Utrecht.
CEVO:	Centrale Examencommissie Vaststelling Opgaven.
VALO:	Veldadviescommissie voor de leerplanontwikkeling.

● Recreatie ● ● ● ●

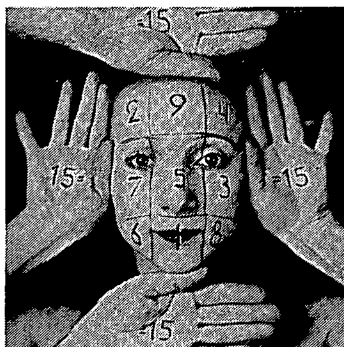
Nieuwe opgaven met oplossingen en correspondentie over deze rubriek aan Jan de Geus, Valkenboslaan 262-A, 2563 EB Den Haag.

▶ Opgave 616

Dit is alweer het zesde nummer van de nieuwe jaargang. Waarschijnlijk bent u al aan de nieuwe voorkant gewend. Toch is het best eens de moeite waard om hier even bij stil te staan. Het idee van een magisch vierkant waarbij het afleveringsnummer wit wordt gekleurd is afkomstig van redactielid Bram van der Wal. Magische vierkanten zijn al heel oud. Bij het vierkant op de voorkant is de som van de drie getallen horizontaal, verticaal en diagonaal steeds vijftien.
Het ANTI-MAGISCHE VIERKANT is betrekkelijk nieuw: plaats de 9 getallen zodanig dat de som der getallen in elk van de acht richtingen VERSCHILLEND is. Een voorbeeld.

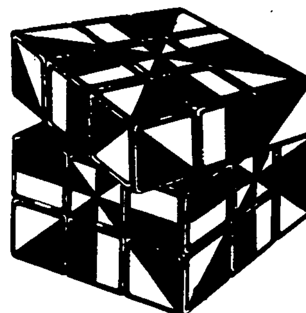
2	8	7
9	1	6
3	4	5

Als ik u zou vragen een anti-magisch vierkant te maken van de cijfers 1 tot en met 9 met acht *opeenvolgende* uitkomsten, dan zou ik helaas geen inzendingen krijgen omdat dit onmogelijk is.
De opgave is deze keer: Rangschik de 9 getallen 1 tot en met 9 in een 3 bij 3 vierkant zodanig dat er 7 opeenvolgende uitkomsten zijn, waarbij één diagonaal niet meedoet.
Na 1 maand verloot ik onder de goede oplossers een boekenbon van *f*25,–. Commentaar e.d. wordt ook zeer op prijs gesteld.



▶ Oplossing 613

Van de Kubus van Rubik moesten alle plakkertjes eraf worden gehaald. Daarna gingen we hem beplakken, waarbij we slechts twee kleuren mochten gebruiken. Dat beplakken deden we zodanig dat, ongeacht de draaiing, de kubus altijd goed blijft zitten. Als voorbeeld gaf ik de Rode Kruis kubus: in het midden een rood kruis en op de 4 hoeken een wit blokje. Hoe je ook draait, hij zit altijd goed! Het probleem was een niet-triviaal patroon te ontwerpen.
De meeste inzenders kwamen niet verder dan gehele vlakjes zwart of wit te kleuren in een symmetrisch patroon.
Ook werd er soms gewerkt met smalle witte lijntjes op een zwarte achtergrond. Daarbij werd nogal eens vergeten dat 2 ribbeblokjes te kantelen zijn, waarbij de rest van de kubus onaangeroerd blijft. Dit geldt ook voor 2 hoekblokjes.
De vlakjes met letters beplakken valt direct al af omdat het centrumblokje een halve slag te draaien is, waarbij de rest van de kubus niet verandert. De letter O zou hierbij natuurlijk van nut kunnen zijn!
Achteraf blijkt dat dit probleem tijdens de kubusrage ook al gesignaleerd was door David Singmaster. In zijn 'Cubic Circular', A quarterly newsletter for Rubik Cube addicts, vertelt hij in aflevering 3 & 4 uit lente & zomer 1982 over een 'non-trivial Irish Cube':



Dit patroon is bedacht door *John White*, aldus Singmaster.
Van 'Cubic Circular' zijn in de periode herfst 1981 tot zomer 1985 slechts acht afleveringen verschenen. In de verschillende afleveringen laat David zien dat je een kubus op vele manieren anders kunt beplakken. Soms levert een simpele ingreep opeens onverwachte problemen op:
Zoals u misschien weet wordt een kubus opgelost door naar de kleur van de centrumblokjes te kijken. Verwijder nu eens alle stickertjes op de centrumblokjes! De kleuroriëntatie bent u nu kwijt. Probeer nu deze 'zwarte-middens kubus' op te lossen. Meestal zal dat wel lukken, maar soms moet er een ribbeblokje gekanteld worden, wat bij een gewone kubus onmogelijk is. Het blijkt dan dat ook het assenkruis gedraaid is. Door de zwarte middens valt dat echter niet op!

De winnaar van de boekenbon van *f*25,– is deze keer geworden *Jaap Klouwen*, Vrolikstraat 210-3, 1092 TT Amsterdam.
Onze hartelijke gelukwensen gaan richting hoofdstad.

● Verenigingsnieuws ●

▶ Wiskunde A (vwo)

Om meer duidelijkheid te scheppen ten aanzien van de exameneisen voor wiskunde A (vwo) is een werkgroep ingesteld. Deze werkgroep zal zich in eerste instantie richten op het onderdeel 'kansrekening en statistiek'.
De werkgroep bestaat op dit moment uit; Jan Breeman (coördinator), Wout de Goede, André Holleman, Martin Kindt, Wim Kleijne, Wim Kremers, Kees Lagerwaard, Wim van der Maaten, Bram van Putten, Henk Schuring en Bert Zwaneveld.
De werkgroep heeft zich tot taak gesteld een toelichting op het examenprogramma te formuleren met daarbij als uitgangspunten;
– géén verzwaring door verbreding of verdieping;
– het tussenrapport van de nomenclatuur-commissie (Euclides 62,8);
– de aard van het vak (het mathematiseren/interpreteren van gegevens of situaties) moet gehandhaafd blijven.
Correspondentieadres: J. J. Breeman, De Genestetlaan 94, 2741 AG Waddinxveen (01828 - 16063).

▶ Prijsvraag

Vernieuwend bezig? En het gaat leuk?
Het zou goed zijn als het idee en de wijze van uitvoering dan meer bekendheid krijgt. Doe mee aan de prijsvraag (zie Euclides 65,1). De uiterste datum van inzending is 1 mei 1990.

▶ Hawexbijeenkomsten

De NVvW organiseert in maart 1990 vier Hawexbijeenkomsten voor docenten wiskunde aan havo, vwo, hbo en mbo. Deze voorlichtingsbijeenkomsten worden gehouden van 16.00 h - 18.00 h op:

maandag 12 maart 1990 te Rotterdam
Citycollege E. Franciscus, Beukelsdijk 91

dinsdag 13 maart 1990 te Eindhoven
Ped. Techn. HS, Techn. Universiteit, 't Eeuwsel 2

woensdag 14 maart 1990 te Amsterdam
Calandlyceum, Hoekenes 61

donderdag 15 maart 1990 te Zwolle
Chr. HS Windesheim, Campus 2-6, Zwolle-zuid

Aanmelding
De bijeenkomsten zijn gratis toegankelijk voor leden. Men kan zich aanmelden door *voor* 5 maart 1990 een briefkaart te sturen naar de ledenadministratie, Jorisstraat 43, 4834 VC BREDA onder vermelding van naam, adres en plaats van keuze.

Niet-leden zijn welkom, zij dienen *f* 10,– p.p. over te maken naar giro 143917 t.n.v. NVvW te Amsterdam onder vermelding van naam en adres van alle personen die deelnemen en de plaats van keuze.

De inschrijving sluit op 5 maart 1990.

Op grond van de inschrijving op 5 maart worden lijsten met namen van deelnemers gemaakt voor de instellingen waar de bijeenkomsten gehouden worden. Allen die op de lijst voorkomen ontvangen ter plaatse een informatiepakket.

Leden en niet-leden die zich niet tijdig hebben aangemeld, kunnen als er nog plaats is, de bijeenkomsten bijwonen tegen betaling van *f* 15,– bij binnenkomst.

Telefonisch kan men inlichtingen inwinnen op nr. 076 - 653218.

Mededelingen

Studiedag VALO W/I

In samenwerking met de SLO organiseert de VALO Wiskunde/Informatica op zaterdag 31 maart 1990 te Amersfoort een studiedag **Hawex in het dag/avondonderwijs**
voor wiskundedocenten in het dag/avondonderwijs. Deze studiedag zal gewijd worden aan de invoering van de nieuwe havowiskunde waarbij o.a. de ervaringen opgedaan in de experimenteerscholen met het Hawex-programma aan de orde komen.
Deze studiedag vindt plaats in het conferentiecentrum De Eenhoorn tegenover het NS-station Amersfoort.
Aanvang 10.00 uur, einde ca. 16.00 uur.
Aan deelname zijn behalve reiskosten geen kosten verbonden.

Aanmeldingsformulieren zijn aan te vragen bij: Hermien Hesselink, VALO W/I, postbus 2061, 7500 CB Enschede, telefoon 053-840423.

Landelijke dag Vrouwen en Wiskunde

7 april 1990: Zestiende landelijke dag van de werkgroep Vrouwen en Wiskunde. Het onderwerp is:
Wiskunde A en B in het voortgezet onderwijs en de (mogelijke) gevolgen voor de deelname van meisjes aan het wiskundeonderwijs.

Nadere inlichtingen bij: Sylvia van der Werf, Werkgroep Vrouwen en Wiskunde, Tiberdreef 4, 3561 GG Utrecht, telefoon 030-612806.

Conferenties LPC-project Vakwerk Wiskunde

Wilt u op de hoogte blijven van de ontwikkelingen in het wiskundeonderwijs voor 12- tot 16-jarigen? Wilt u weten wat de invoering van het nieuwe wiskundeprogramma voor uw wiskundeonderwijs betekent? Welke gevolgen de invoering van de basisvorming heeft? Wilt u werken aan de zorgverbreding in uw klas? Heeft u belangstelling voor lessen rond educatieve software? U kunt dan de volgende conferenties, georganiseerd door het LPC-project Vakwerk Wiskunde, bijwonen:

1. Ontwikkelingen in het wiskundeonderwijs 12- tot 16-jarigen
Doelgroep: wiskundedocenten van het lbo/mavo en havo/vwo.
Centraal staat de verandering in het wiskundeprogramma 12-16 zoals dat door de Commissie Ontwikkeling Wiskunde wordt ontwikkeld.
Data: 28 maart 1990 of 25 april 1990.

2. Ontwikkelingen in het reken-/wiskundeonderwijs
Doelgroep: docenten rekenen en wiskunde in het lbo.
Centraal staan de ontwikkelingen in het reken-/wiskundeonderwijs ibo, o.a. het OWI-project.
Data: 28 maart 1990 of 25 april 1990.

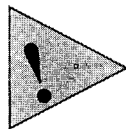
3. Computer ondersteund wiskundeonderwijs
Doelgroep: wiskundedocenten van het tweede of derde leerjaar lbo/mavo of havo/vwo.
Centraal staat het onderwerp functies en grafieken en het computerprogramma VU-grafiek.
Datum: 21 maart 1990.

4. Geïntegreerde wiskundige activiteiten
Doelgroep: docenten die hun leerlingen willen laten oefenen in het gebruik van hun wiskundige bagage in actuele levensechte situaties.
Onderwerpen zijn: wiskunde practicum, gebruik computer bij wiskunde.
Datum: 25 april 1990.

Heeft u belangstelling? Stuurt u dan een briefje naar het Algemeen Pedagogisch Studiecentrum, t.a.v. Lucy Orsel, Antwoordnummer 7972, 1000 VB Amsterdam.

Rectificatie

Op blz. 141 van Euclides 65,5 staat in de uitdrukking voor E f_{41} eenmaal te veel.



Kalender

12, 13, 14 en 15 maart 1990: Hawexbijeenkomsten NVvW. Zie het Verenigingsnieuws op blz. 183.
14 maart 1990: Utrecht, Bestuursvergadering NVvW.
15 en 16 maart 1990: Beekbergen, VALO-conferentie 'Wiskunde in de onderbouw'. Zie Euclides 65,5 blz. 149.
16 maart 1990: Op de scholen voor havo/vwo. Eerste ronde Nederlandse Wiskunde Olympiade.
21, 28 maart en 25 april 1990: Conferenties LPC-project Vakwerk Wiskunde. Zie de mededeling op deze bladzijde.
31 maart 1990: Amersfoort, Studiedag VALO W/I 'Hawex in het dag/avondonderwijs'. Zie de mededeling op deze bladzijde.
7 april 1990: Zestiende landelijke dag Vrouwen en Wiskunde. Zie de mededeling elders op deze bladzijde.
11 april 1990: Utrecht, Bestuursvergadering NVvW.
9 mei 1990: Utrecht, Bestuursvergadering NVvW.
23 t/m 30 juli 1990: Bielsko Biala, Polen, CIEAM-conferentie. Zie Euclides 65,5 blz. 160.

Inhoud

Inhoud *161*

George Schoemaker: Kolom 18 W12/16 *162*

Postzegels *162*

Drs. G. Bakker, Dr. J. G. Nijenhuis: De wiskunde-examens lbo/mavo in 1990 *163*

H. N. Schuring: De 28e Nederlandse Wiskunde Olympiade *164*

Boekbespreking *167*

C. de Wolff: Klok *168*

Frans Bouman: Zakrekenmachine: wiskunde anders? (2) *170*

Werkbladen *172*

[illegible] *174*

[illegible]

[illegible]

[illegible]

Wiskunde A (vwo) *183*

Prijsvraag *183*

Bewaxlijtjeskunsten *183*

Mededelingen *184*

Kalender *184*